



Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Departamento de Automação e Sistemas (DAS)

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas (PPGEAS)

Análise Temporal Probabilística Baseada em Medições (ATPBM)

Rômulo Silva de Oliveira

romulo.deoliveira@ufsc.br

Luís Fernando Arcaro

luis.arcaro@posgrad.ufsc.br

Karila Palma Silva

karila.palma@posgrad.ufsc.br

Novembro de 2018

Conteúdo

- 1 Introdução
- 2 Probabilidade e Estatística
- 3 Teoria dos Valores Extremos (TVE)
- 4 Análise Temporal Probabilística
Baseada em Medições (ATPBM)
- 5 Exemplo de aplicação
- 6 Considerações finais

Introdução

Introdução

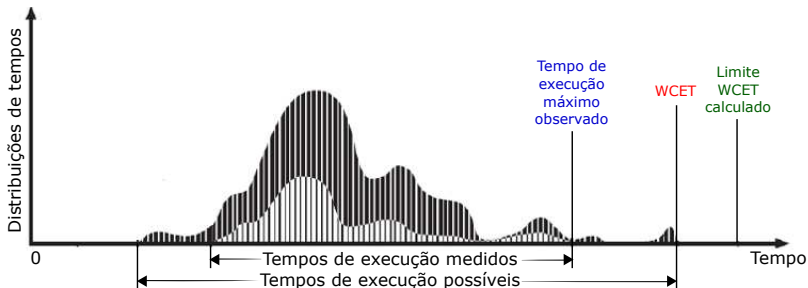
Worst-Case Execution Times (WCETs):

- Sistemas de Tempo Real (STRs) são sistemas computacionais que precisam atender a requisitos de natureza temporal [1].
- Os requisitos temporais aos quais STRs estão sujeitos são expressos em termos dos prazos (*deadlines*) de suas tarefas.
- Para STRs críticos é fundamental o oferecimento de **garantias** quanto ao atendimento a esses prazos mesmo no **pior caso**.
- Um passo fundamental para obter tais garantias é a determinação dos **tempos de execução no pior caso** (*WCETs*) das tarefas.
- É importante distinguir entre:
 - *WCET*: Tempo máximo para execução de uma tarefa sozinha.
 - *Worst-Case Response Time (WCRT)*: Tempo máximo para execução de uma tarefa juntamente com as demais (escalonamento, interrupções, etc.).

Introdução

Dificuldades na determinação do *WCET* exato:

- Variabilidade temporal em **hardware**:
Pipeline, branch predictor, memórias cache e DRAM, ULAs, UPFs, etc.
- Variabilidade temporal em **software**:
Caminhos de execução (controle de fluxo) — *if/else, switch, while, etc.*
- Forte influência dos **dados de entrada**, em ambos os níveis:
 - No *hardware* afetam a latência de unidades lógicas (ULAs e UPFs).
 - No *software* afetam o caminho de execução percorrido.



Fonte: [2]

Introdução

É necessária a estimação de *WCETs* (ou limites confiáveis):

- Abordagens **estáticas**:
 - Análise conjunta do código da tarefa e do *hardware* [2].
 - Sujeitos a limitações sobre o *hardware* e o *software* utilizados.
 - Estimativas seguras, porém muitas vezes pessimistas.
 - Geralmente utilizados apenas para sistemas críticos.
- Abordagens **baseadas em medições**:
 - A partir da análise dos tempos de execução observados [3].
 - Requerem adição de margens, pois o maior valor medido pode não ser o *WCET*.
 - Muito utilizadas para STRs não-críticos com margens arbitrárias (e.g. 20%).
- **Análise Temporal Probabilística Baseada em Medições (ATPBM)**:
 - Aplica a **Teoria dos Valores Extremos (TVE)** sobre medições dos tempos de execução da tarefa executando na plataforma-alvo [3].
 - Promissora em suportar processadores complexos.

Probabilidade e Estatística

Probabilidade e Estatística

Conceitos básicos para TVE [4]:

- **Variável aleatória**: Função de valores numéricos aleatórios.
 - Valor é determinado por fatores de chance (probabilidades).
 - Cada vez que é observada pode produzir um valor diferente.
- **Probabilidade**: Mensuração da chance de um evento aleatório ser observado, indicando como **poderão ser** os fatos sob aleatoriedade.
- Exemplo:
 - X = Número obtido no lançamento de um dado.
 - Dado perfeito: $P(X = 1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$

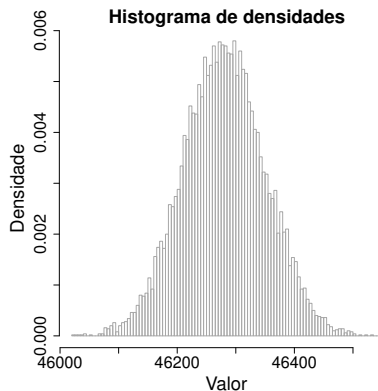
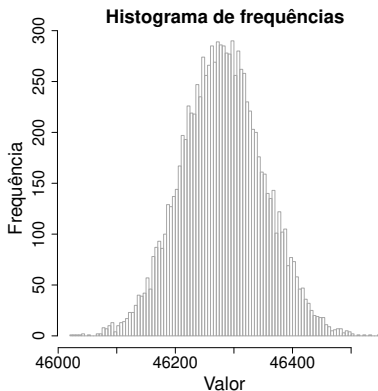


Para alguns fenômenos as probabilidades são triviais, mas para outros é muito difícil calculá-las de forma analítica.

Probabilidade e Estatística

Conceitos básicos para TVE:

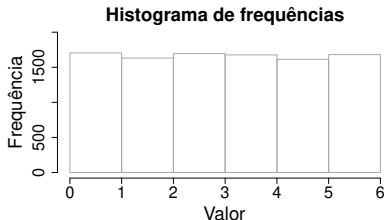
- **Amostra**: Conjunto de n observações de uma variável.
- **Frequência**: Número de vezes que um valor foi observado numa amostra.
- **Densidade**: Frequência dividida pelo tamanho da amostra ($d = \frac{f}{n}$).
- **Frequências** e **densidades** podem ser visualizadas como histogramas.



Probabilidade e Estatística

Conceitos básicos para TVE:

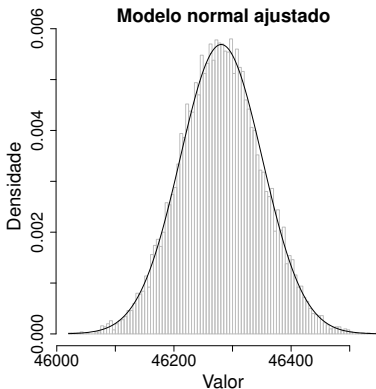
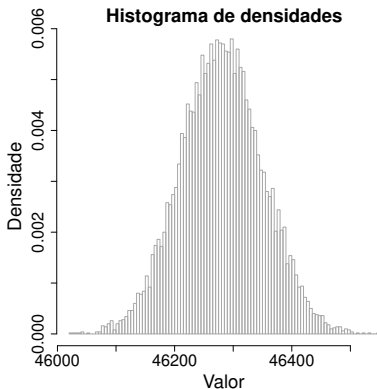
- **Distribuição de probabilidades:** Função que associa **probabilidades** aos valores que uma variável aleatória pode assumir.
- A **frequência** com que observa-se cada um dos possíveis valores é influenciada pelas **probabilidades** “escondidas” no fenômeno.
- As **densidades** convergem para as **probabilidades** quando $n \rightarrow \infty$ [5].
- Observando muitas vezes uma variável aleatória tem-se ideia de sua **distribuição de probabilidades** com base nas **frequências** obtidas.
 - Amostra de $n = 10000$ lançamentos de um dado perfeito (simulada):



Probabilidade e Estatística

Conceitos básicos para TVE:

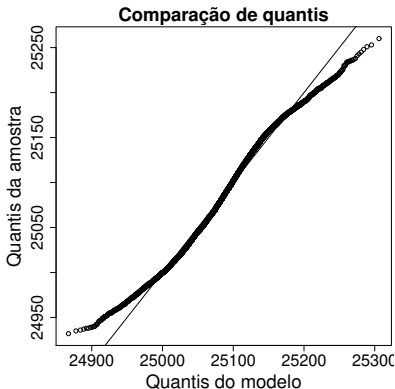
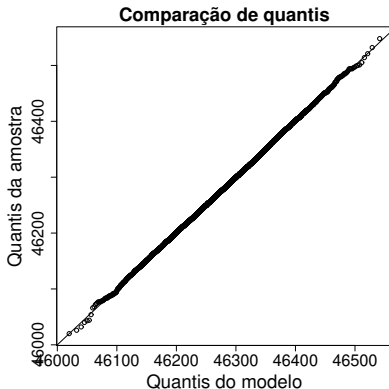
- Algumas **distribuições de probabilidades** podem ser modeladas através do **ajuste** de funções de **densidade de probabilidade**.
- Tais modelos permitem **inferências** sobre o comportamento **esperado** para todos os possíveis resultados do fenômeno (*i.e.* população).



Probabilidade e Estatística

Conceitos básicos para TVE:

- Para **inferências** os modelos utilizados **precisam** apresentar bom ajuste.
- Essa verificação pode ser feita através de:
 - Testes estatísticos de hipótese, como o Cramér-von Mises [6].
 - Gráficos de comparação de quantis e de probabilidades:



Probabilidade e Estatística

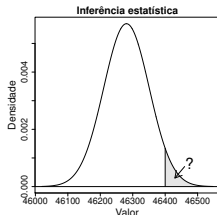
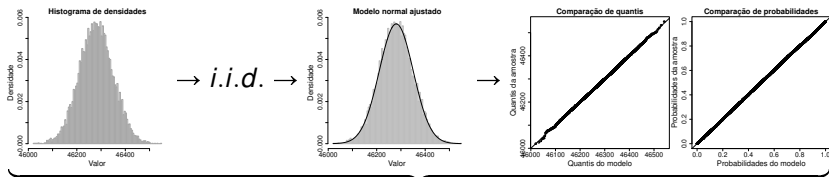
Conceitos básicos para TVE:

- Parte do ferramental estatístico assume que os dados analisados provêm de variáveis aleatórias **independentes** e **identicamente distribuídas** (*i.i.d.*):
 - Variáveis aleatórias são **independentes** se a observação de um determinado valor não influencia a probabilidade de ocorrência dos demais valores.
 - Variáveis aleatórias são **identicamente distribuídas** se todos os valores estão associados a uma mesma distribuição de probabilidades.
 - Se o fenômeno for estacionário, certa dependência pode ser admissível [7].
- Pode-se testar a hipótese de *i.i.d.* através de **testes estatísticos**:
 - *LB* [8]: Testa a ausência de correlações nas observações (**independência**).
 - *KS* [9] e *K-sample AD* [10]: Testam se duas ou mais amostras provêm de uma mesma distribuição de probabilidades (**distribuição idêntica**).
 - *WW* [11]: Testa se a amostra foi obtida de um processo aleatório e estacionário.

Probabilidade e Estatística

Modelagem e inferência estatística:

- 1 Coleta-se uma amostra representativa da variável.
- 2 Testa-se a hipótese de *i.i.d.*
- 3 Ajusta-se um modelo matemático (idealizado).
- 4 Testa-se o ajuste do modelo matemático.
- 5 Evidenciado ajuste, inferre-se com base no modelo.



Probabilidade e Estatística

Inferência estatística para tempos de execução:

- O tempo de execução de uma tarefa pode ser visto como uma **variável aleatória**, cuja **distribuição de probabilidades** é geralmente desconhecida.
- Podemos usar inferência estatística para estimar **valores-limite**, ou seja, valores que **são excedidos** apenas com uma certa probabilidade.
- **Se pudermos** fazer isso para tempos de execução com probabilidades suficientemente baixas, poderemos estimar **limites de WCET** seguros.
- Porém:
 - WCETs geralmente são eventos **extremamente** raros.
 - Tempos de execução podem ter distribuições difíceis de modelar.
- Portanto, a ATPBM utiliza a **Teoria dos Valores Extremos (TVE)** [12] para determinar **Probabilistic Worst-Case Execution Times (pWCETs)**.

Teoria dos Valores Extremos (TVE)

Teoria dos Valores Extremos (TVE)

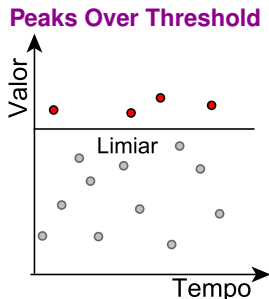
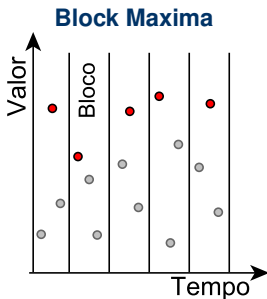
Teoria dos Valores Extremos (TVE):

- É uma ferramenta de inferência estatística para comportamentos **extremos e atípicos** de fenômenos sujeitos a aleatoriedade [12].
- É aplicada em fenômenos nos quais eventos extremos são raros mas podem ter impacto significativo ou até mesmo catastrófico.
- Exemplos: hidrologia, finanças, seguros e engenharia civil.
- Seu principal uso nessas áreas é na determinação de margens de segurança **de natureza probabilística**, por exemplo:
 - O vento sul em Floripa **tem probabilidade** $10^{-\alpha}$ de exceder x Km/h.
 - O nível do rio Itajaí-Açu tem probabilidade $10^{-\beta}$ de exceder y m.
 - O nível do mar na Holanda excederá z metros **em média** a cada w anos.
- Permite realizar inferências com respeito a eventos extremos **nunca observados** com base em observações históricas.

Teoria dos Valores Extremos (TVE)

Teoria dos Valores Extremos (TVE):

- Possui duas abordagens de aplicação que diferem pela **seleção dos dados** analisados e pelos **modelos probabilísticos** utilizados:
 - *Block Maxima (BM)*: Divide a amostra em blocos de tamanho fixo e analisa a sub-amostra dada pelo maior valor de cada bloco.
 - *Peaks Over Threshold (POT)*: Analisa a sub-amostra dada pelos valores que excedem um limiar cuidadosamente escolhido (cauda).



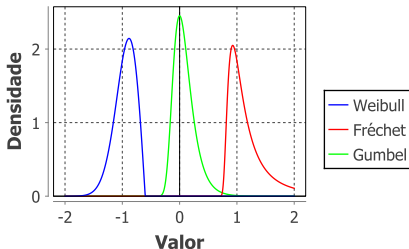
Teoria dos Valores Extremos (TVE)

Abordagem *Block Maxima (BM)*:

- Teorema Fisher-Tippett-Gnedenko: O máximo de uma amostra converge em distribuição a modelos *Generalized Extreme Value (GEV)* [13].
- O modelo *GEV* generaliza os modelos *Weibull*, *Gumbel* e *Fréchet*, e possui função de distribuição cumulativa de probabilidade:

$$F(x) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}$$

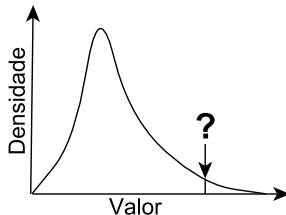
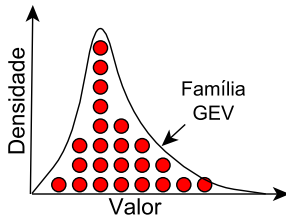
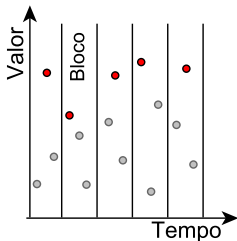
- Com parâmetros μ de localização, σ de escala e ξ de forma:
 - Se $\xi < 0$, equivale a *Weibull* (cauda direita limitada).
 - Se $\xi = 0$, equivale a *Gumbel* (cauda direita exponencial).
 - Se $\xi > 0$, equivale a *Fréchet* (cauda direita ilimitada).



Teoria dos Valores Extremos (TVE)

Abordagem *Block Maxima (BM)*:

- 1 Coleta-se uma amostra representativa.
- 2 Testa-se hipóteses de *i.i.d.* a fim de avaliar a aplicabilidade da técnica.
- 3 Divide-se a amostra em blocos de tamanho fixo (ainda não há tamanho ideal definido), e seleciona-se **apenas o maior valor de cada bloco**.
- 4 Ajusta-se um modelo da família *GEV* ao conjunto de máximos.
- 5 Verifica-se a aderência do modelo ajustado aos dados.
- 6 Utiliza-se então o modelo ajustado para inferir sobre o fenômeno.



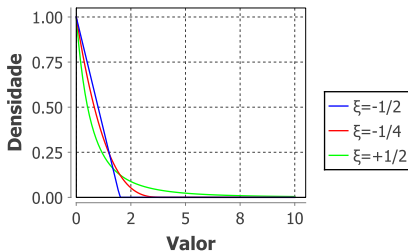
Teoria dos Valores Extremos (TVE)

Abordagem *Peaks Over Threshold (POT)*:

- Teorema Pickands-Balkema-de Haan: Valores amostrais que excedem um limiar τ podem ser aproximados por modelos *Generalized Pareto (GP)* [14].
- O modelo *GP* modela caudas de distribuições de formas similares às da *GEV*, e possui função de distribuição cumulativa:

$$F(x) = 1 - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \tau}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}}$$

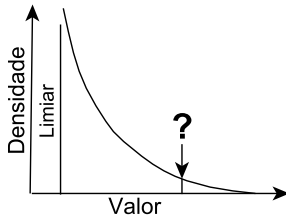
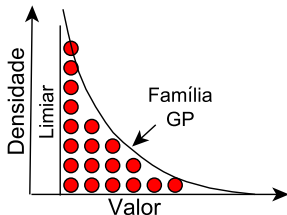
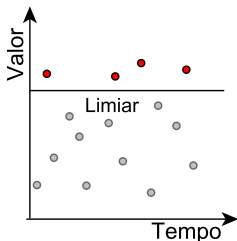
- Com parâmetros τ de limiar, σ de escala e ξ de forma:
 - Se $\xi < 0$, equivale a caudas *Weibull* (forma limitada).
 - Se $\xi = 0$, equivale a caudas *Gumbel* (forma exponencial).
 - Se $\xi > 0$, equivale a caudas *Fréchet* (forma ilimitada).



Teoria dos Valores Extremos (TVE)

Abordagem *Peaks Over Threshold (POT)*:

- 1 Coleta-se uma amostra representativa.
- 2 Testa-se hipóteses de *i.i.d.* a fim de avaliar a aplicabilidade da técnica.
- 3 Determina-se um limiar de seleção de máximos (ainda não há método ideal definido), e seleciona-se **apenas os valores que o excedem**.
- 4 Ajusta-se um modelo da família *GP* ao conjunto de máximos.
- 5 Verifica-se a aderência do modelo ajustado aos dados.
- 6 Utiliza-se então o modelo ajustado para inferir sobre o fenômeno.



Teoria dos Valores Extremos (TVE)

Métodos de ajuste de modelos:

- Para os modelos *GEV* e *GP* existem no mínimo os métodos [15]:
 - *Maximum Likelihood Estimation (MLE)*.
 - *Generalized Maximum Likelihood Estimation (GMLE)* [16].
 - *L-moments* [17].
 - Bayesiano.
- Esses métodos apresentam diferenças entre si, por exemplo:
 - Complexidade algorítmica (temporal e espacial).
 - Robustez em relação à estimação de parâmetros.
 - Sensibilidade à escassez de dados e à presença de *outliers*.

Teoria dos Valores Extremos (TVE)

Determinação de valores-limite:

- Trataremos especificamente da determinação de **valores-limite** que espera-se que sejam excedidos **com baixa probabilidade**.
- Ou seja, limites para os quais espera-se que a observação de valores maiores no fenômeno analisado seja **suficientemente** rara.
- Esse tipo de inferência é útil, por exemplo, para estimar:
 - A altura de muros canalizadores de rios.
 - As forças às quais uma construção precisa resistir.
 - O tempo de execução máximo (ou seja, *WCET*) de programas.



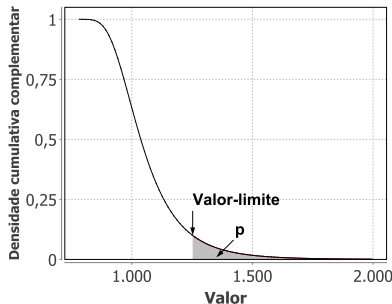
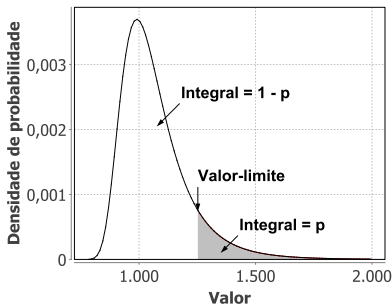
Teoria dos Valores Extremos (TVE)

Determinação de valores-limite:

- Determina-se a **probabilidade de excedência** do valor-limite, *e.g.*:

$$p = 10^{-5}$$

- Busca-se o valor que é excedido **em média** por 1 a cada 10^5 observações.
- Se a amostra foi obtida observando o fenômeno uma vez por minuto, espera-se que o valor-limite seja excedido **em média** uma vez a cada ≈ 70 dias.
- Utiliza-se a **integral da função densidade** da distribuição ajustada para determinar o quantil associado à **probabilidade p** de excedência.



Análise Temporal Probabilística Baseada em Medições (ATPBM)

ATPBM

Análise Temporal Probabilística Baseada em Medições (ATPBM):

- A aplicação da ATPBM consiste basicamente de:
 - 1 Coletar uma amostra **representativa** dos tempos de execução.
 - 2 Diagnosticar a **aplicabilidade** da TVE sobre a amostra.
 - 3 Aplicar a TVE para determinar o **$pWCET$** .
- O comportamento do sistema na amostra deve ser **fiel ou pessimista** em relação ao ambiente real de operação (afinal buscamos *upper-bounds*).
- Obter amostras de tempos de execução **representativas** é difícil, pois há variabilidade temporal tanto a nível de *hardware* quanto de *software*.
- A variabilidade temporal, tanto a nível de *hardware* quanto de *software*, depende dos **dados de entrada** utilizados durante as medições.
- Condições de medição precisam ser **cuidadosamente** estabelecidas.

ATPBM

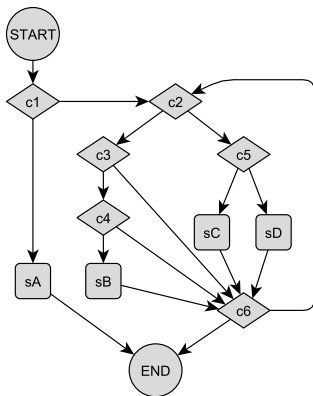
Variabilidade temporal em *hardware*:

- Tempos de execução são afetados pelas **latências** dos elementos internos do processador que realizam a execução de instruções.
- A introdução de elementos de aceleração torna os tempos mais baixos, porém **variáveis** e dependentes do **histórico de execução**.
- Exemplos:
 - Memórias *cache* têm latência diferente em *hit* / *miss*, tornando os tempos dependentes das instruções e dos dados previamente acessados.
 - Certas operações em ULAs e UPFs são mais rápidas para determinados valores, tornando os tempos dependentes dos dados operados.
- Portanto, execuções de uma tarefa num mesmo processador podem produzir tempos **diferentes** entre si devido a características do *hardware*.
- Modos especiais de operação (e.g. máxima latência) podem ser úteis.
- **Problema**: Determinar o **estado inicial do hardware** e os **dados de entrada** a utilizar durante as medições para obter **representatividade**.

ATPBM

Variabilidade temporal em *software*:

- Tempos de execução são afetados pelo **fluxo de controle** da tarefa.
- O que define o **caminho de execução** são os **dados de entrada** utilizados.



```
START
if (c1) {
    sA;
} else {
    do {
        if (c2) {
            if (c3) {
                if (c4) {
                    sB;
                }
            }
        } else {
            if (c5) {
                sC;
            } else {
                sD;
            }
        }
    } while (c6);
}
END
```

- **Problema:** Determinar os **dados de entrada** a utilizar durante as medições para amostrar **representativamente** o(s) pior(es) caminho(s) de execução.

Exemplo de aplicação

Exemplo de aplicação

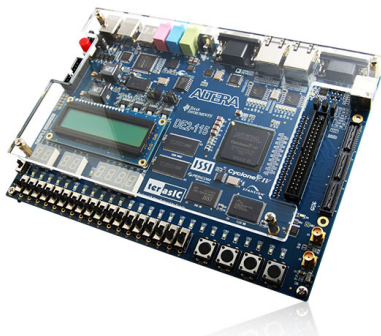
Exemplo prático de aplicação da ATPBM:

- Utilizando o *software* **R** de computação estatística (livre) [18].
- Utilizando o pacote **extRemes** para aplicação da TVE [15].
- Aplicando a TVE através de ambas as abordagens (*BM* e *POT*).
- A aplicação será apresentada conforme os seguintes passos:
 - (1) Coleta da amostra.
 - (2) Testes de *i.i.d.*.
 - Utilizando *BM*:
 - (3) Seleção de máximos
 - (4) Ajuste do modelo
 - (5) Avaliação do ajuste
 - (6) Derivação do *pWCET*
 - Utilizando *POT*:
 - (3) Seleção de máximos
 - (4) Ajuste do modelo
 - (5) Avaliação do ajuste
 - (6) Derivação do *pWCET*

Exemplo de aplicação - (1) Coleta da amostra

Processador:

- Os tempos foram medidos em uma plataforma de *hardware temporamente aleatorizada*, executada a 50MHz em *FPGA*.
- *Dual-core* com memórias *RAM* separadas (instruções e dados) acessadas por um barramento compartilhado arbitrado com política aleatorizada.
- *Pipeline* de cinco estágios que implementa instruções *MIPS*.



Exemplo de aplicação - (1) Coleta da amostra

Tarefa analisada:

- A tarefa escolhida para realização do exemplo de aplicação foi a **bsort**, que ordena um vetor de números inteiros pelo método *bubble sort*.

Caminho de execução:

- **Fixamos os dados de entrada** naquele que executa o maior número possível de operações elementares (vetor em ordem inversa).
- Esse não é, necessariamente, o caminho que leva ao *WCET*.

Medição:

- A tarefa foi executada de forma exclusiva e ininterrupta.
- De acordo com as sugestões de [19, 20, 21]:
 - Configurou-se as unidades lógicas para produzir latência máxima.
 - Reiniciamos o estado do *hardware* antes das execuções.

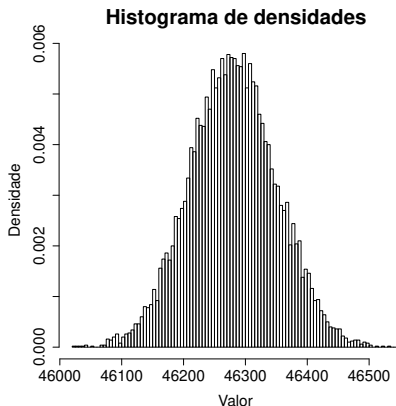
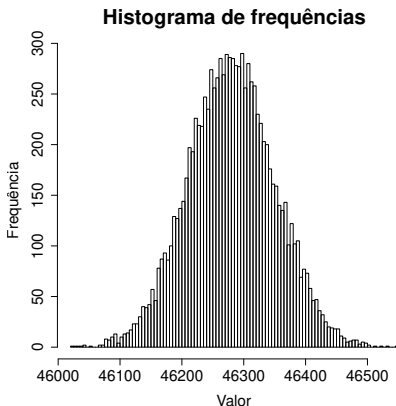
Tamanho da amostra:

- Coletou-se uma amostra de tamanho 10000 (relativamente grande).

Exemplo de aplicação - (1) Coleta da amostra

Histogramas da amostra:

- Caracterizam a distribuição geral dos dados crus.
- Concentrados aproximadamente simetricamente em relação à média.
- Pouco pode-se afirmar sobre valores extremos.



Exemplo de aplicação - (2) Testes de *i.i.d.*

Aplicou-se testes estatísticos [22]:

- *Ljung-Box (LB)* [8] para testar **independência**:
 - Lag=2: **p-value = 0.6451**
 - Lag=5: **p-value = 0.8983**
 - Lag=10: **p-value = 0.6776**
 - Lag=20: **p-value = 0.3281**
 - Lag=50: **p-value = 0.3809**
- *Kolmogorov-Smirnov (KS)* [9] para testar **distribuição idêntica**:
 - **p-value = 0.3791**
- *K-sample Anderson-Darling (AD)* [10] para testar **distribuição idêntica**:
 - Versão 1: **p-value = 0.1400**
 - Versão 2: **p-value = 0.1393**
- *WW* [11] para testar **aleatoriedade e estacionariedade**:
 - **p-value = 0.2487**
- **Não foram encontradas** evidências para refutar a hipótese de que a variável aleatória que produziu os tempos de execução coletados é *i.i.d.*
- Prossegue-se, portanto, com a análise através da ATPBM.

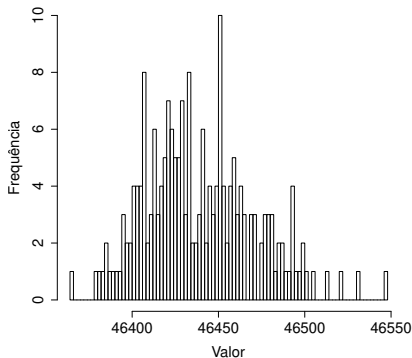
Aplicando a TVE utilizando a abordagem
Block Maxima (BM)

Exemplo de aplicação - *BM* - (3) Seleção de máximos

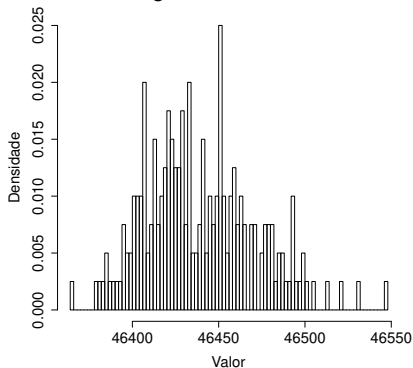
Aplicando a TVE utilizando *Block Maxima (BM)*:

- Utilizou-se blocos de tamanho 50, portanto:
 - A amostra de 10000 valores foi dividida em 200 blocos de 50 valores cada.
 - Apenas o valor mais alto de cada um dos blocos foi mantido para análise.
- Histogramas dos máximos de blocos:

Histograma de frequências



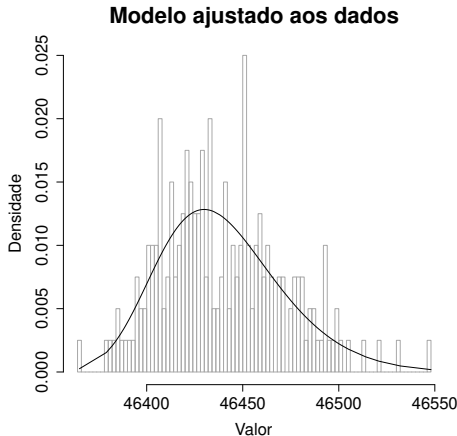
Histograma de densidades



Exemplo de aplicação - *BM* - (4) Ajuste do modelo

Aplicando a TVE utilizando *Block Maxima (BM)*:

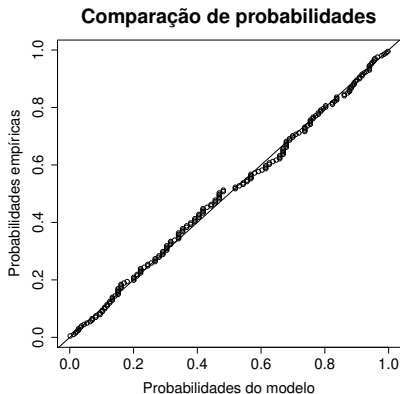
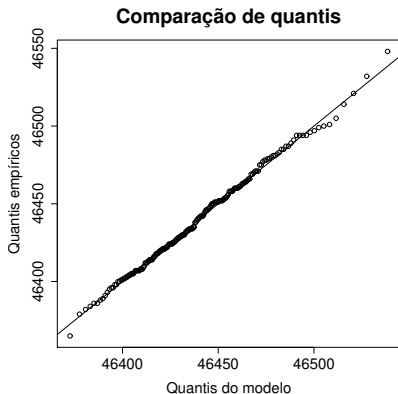
- O modelo *GEV* foi ajustado aos máximos de blocos utilizando o método L-moments [17], através da biblioteca *extRemes* [15] do *software* R [18].
- Histograma de densidades com o modelo ajustado:



Exemplo de aplicação - *BM* - (5) Avaliação do ajuste

Aplicando a TVE utilizando *Block Maxima (BM)*:

- O ajuste do modelo foi avaliado utilizando gráficos que comparam os quantis e as probabilidades do modelo ajustado em relação aos dados.
- Observa-se ausência de discrepâncias sistemáticas claras.
- Portanto, é razoável que o modelo seja utilizado para inferências.



Exemplo de aplicação - *BM* - (6) Derivação do *pWCET*

Aplicando a TVE utilizando *Block Maxima (BM)*:

- O modelo *GEV* ajustado apresentou os seguintes parâmetros:
 - $\mu = 46426.1100$
 - $\sigma = 28.8946$
 - $\xi = -0.1236$
- As seguintes estimativas de *pWCET* foram portanto obtidas:
 - $\text{pWCET}(10^{-6}) = 46617.5117$
 - $\text{pWCET}(10^{-7}) = 46628.0110$
 - $\text{pWCET}(10^{-8}) = 46635.9100$
 - $\text{pWCET}(10^{-10}) = 46646.3235$

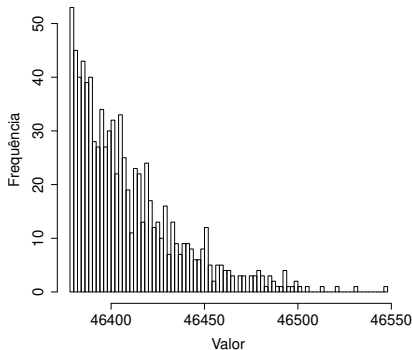
Aplicando a TVE utilizando a abordagem
Peaks Over Threshold (POT)

Exemplo de aplicação - *POT* - (3) Seleção de máximos

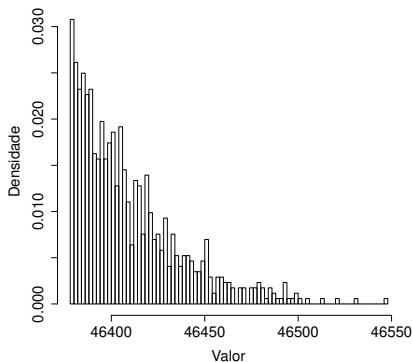
Aplicando a TVE utilizando *Peaks Over Threshold (POT)*:

- Selecionou-se o limiar 46378 com base no método avaliado em [23]:
 - Minimiza o erro absoluto dos quantis estimados da distribuição *GP*.
 - Não é um método comprovadamente dominante ou ideal.
- Histogramas dos picos sobre o limiar:

Histograma de frequências



Histograma de densidades

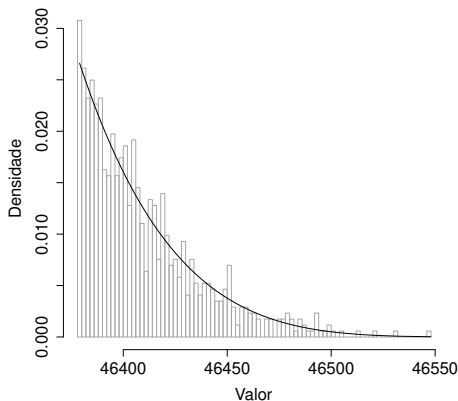


Exemplo de aplicação - *POT* - (4) Ajuste do modelo

Aplicando a TVE utilizando *Peaks Over Threshold (POT)*:

- O modelo *GP* foi ajustado aos máximos de blocos utilizando o método L-moments [17], através da biblioteca *extRemes* [15] do *software* R [18].
- Histograma de densidades com o modelo ajustado:

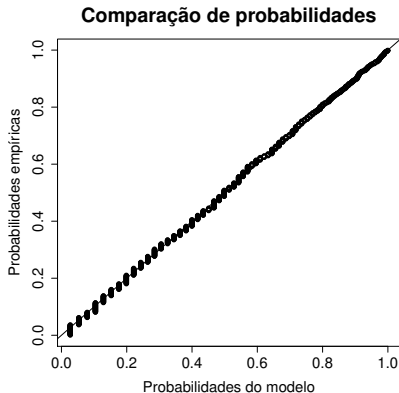
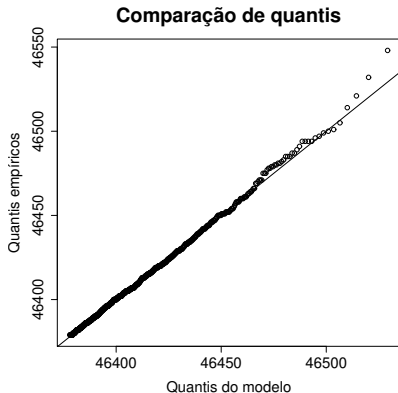
Modelo ajustado aos dados



Exemplo de aplicação - *POT* - (5) Avaliação do ajuste

Aplicando a TVE utilizando *Peaks Over Threshold (POT)*:

- O ajuste do modelo foi avaliado utilizando gráficos que comparam os quantis e as probabilidades do modelo ajustado em relação aos dados.
- Observa-se ausência de discrepâncias sistemáticas claras.
- Portanto, é razoável que o modelo seja utilizado para inferências.



Exemplo de aplicação - *POT* - (6) Derivação do *pWCET*

Aplicando a TVE utilizando *Peaks Over Threshold (POT)*:

- O modelo *GP* ajustado apresentou os seguintes parâmetros:
 - $\tau = 46378$
 - $\sigma = 36.7406$
 - $\xi = -0.1613$
- As seguintes estimativas de *pWCET* foram portanto obtidas:
 - $\text{pWCET}(10^{-6}) = 46581.2128$
 - $\text{pWCET}(10^{-7}) = 46588.8189$
 - $\text{pWCET}(10^{-8}) = 46594.0649$
 - $\text{pWCET}(10^{-10}) = 46600.1785$

Considerações finais

Considerações finais

Neste curso vimos:

- A razão pela qual estimar *WCETs* é importante, e os desafios impostos nos níveis de *hardware* e *software* para sua determinação exata.
- Os principais métodos existentes para a estimação de *WCETs*.
- Uma breve revisão de probabilidade e estatística voltada à TVE.
- Uma introdução aos principais aspectos da aplicação da TVE para a determinação de valores-limite probabilísticos, via *BM* e *POT*.
- Os aspectos centrais relacionados à aplicação da ATPBM.
- Um exemplo prático de aplicação da ATPBM através da TVE.

Considerações finais

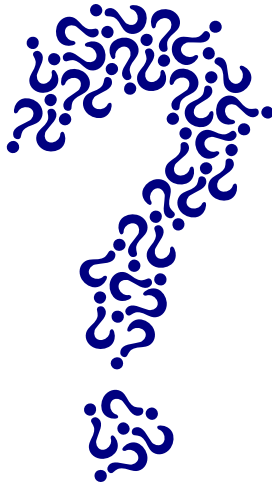
É fundamental ressaltar que:

- Áreas de pesquisa relacionadas à ATPBM têm sido bastante ativas.
- Ainda existem diversos problemas em aberto [24]:
 - 1 O que é uma amostra de entrada **representativa**?
 - 2 Como pode-se garantir aplicação **confiável** da ATPBM?
 - 3 Como demonstrar que os métodos de ajuste são confiáveis?
 - 4 Como garantir que a ATPBM leva a um ***pWCET* seguro**?
 - 5 Como compensar a falta de **representatividade** para derivar ***pWCET* seguro**?
 - 6 Como entender as **incertezas** dos processos de medição e análise?
 - 7 ...
- Existem grandes oportunidades de contribuição científica.
- A ATPBM ainda **não** possui maturidade industrial.

Considerações finais

Objetivos deste curso:

- Disseminar a metodologia e promover o estudo da ATPBM, uma técnica de estimação de limites de *WCET* de menor complexidade e maior generalidade em comparação com abordagens tradicionais.
- A princípio, a ATPBM pode ser aplicada na análise temporal tanto de sistemas de tempo real críticos como não-críticos, e é potencialmente aplicável mesmo em sistemas que empregam processadores complexos.



Referências I

 J. W.-S. Liu, Real-Time systems, 1st ed. Prentice Hall, 2000.

 R. Wilhelm, T. Mitra, F. Mueller, I. Puaut, P. Puschner, J. Staschulat, P. Stenström, J. Engblom, A. Ermedahl, N. Holsti, S. Thesing, D. Whalley, G. Bernat, C. Ferdinand, and R. Heckmann, “The Worst-Case Execution-Time Problem - Overview of Methods and Survey of Tools,” ACM Transactions on Embedded Computing Systems (TECS), vol. 7, pp. 36:1–36:53, 2008.

 F. J. Cazorla, J. Abella, J. Andersson, T. Vardanega, F. Vatrinet, I. Bate, I. Broster, M. Azkarate-askasua, F. Wartel, L. Cucu-Grosjean, F. Cros, G. Farrall, A. Gogonel, A. Gianarro, B. Triquet, C. Hernandez, C. Lo, C. Maxim, D. Morales, E. Quiñones, E. Mezzetti, L. Kosmidis, I. Agirre, M. Fernandez, M. Slijepcevic, P. R. Conmy, and W. Talaboulma, “PROXIMA: Improving Measurement-Based Timing Analysis through Randomisation and Probabilistic Analysis,” in Euromicro Conference on Digital System Design 2016 (DSD’16). IEEE, 2016, pp. 276–285.

 P. A. Barbetta, M. M. Reis, and A. C. Bornia, Estatística: para Cursos de Engenharia e Informática, 3rd ed. Atlas, 2009.

Referências II



S. M. Ross, Introduction to Probability Models, 9th ed. Academic Press, 2007.



H. Cramér, “On the composition of elementary errors,” Scandinavian Actuarial Journal, vol. 1928, pp. 13–74, 1928.



M. R. Leadbetter, G. Lindgren, and H. Rootzén, Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes, 1st ed., ser. Springer Series in Statistics. Springer, 1983.



G. M. Ljung and G. E. P. Box, “On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models,” Biometrika, vol. 65, pp. 297–303, 1978.



G. W. Corder and D. I. Foreman, Nonparametric Statistics for Non-Statisticians: A Step-by-Step Approach, 1st ed. Wiley, 2009.



F. W. Scholz and M. A. Stephens, “K-Sample Anderson-Darling Tests,” Journal of the American Statistical Association, vol. 82, pp. 918–924, 1987.



J. V. Bradley, Distribution-Free Statistical Tests, 1st ed. Prentice Hall, 1968.

Referências III



S. G. Coles, An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values, 1st ed., ser. Springer Series in Statistics. Springer, 2001.



R. A. Fisher and L. H. C. Tippett, “Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample,” Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol. 24, pp. 180–190, 1928.



J. Pickands, “Statistical Inference Using Extreme Order Statistics,” The Annals of Statistics, vol. 3, pp. 119–131, 1975.



E. Gilleland and R. W. Katz, “extRemes 2.0: An Extreme Value Analysis Package in R,” Journal of Statistical Software, vol. 72, p. 39, 2016.



E. S. Martins and J. R. Stedinger, “Generalized maximum-likelihood generalized extreme-value quantile estimators for hydrologic data,” Water Resources Research, vol. 36, pp. 737–744, 2000.



J. R. M. Hosking, “L-Moments: Analysis and Estimation of Distributions Using Linear Combinations of Order Statistics,” Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), vol. 52, pp. 105–124, 1990.

Referências IV



R, “R: A Language and Environment for Statistical Computing,” 2017. [Online]. Available: <http://www.r-project.org/>



D. Griffin and A. Burns, “Realism in Statistical Analysis of Worst Case Execution Times,” in International Workshop on Worst-Case Execution Time Analysis 2010 (WCET’10), vol. 15. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum für Informatik, 2010, pp. 44–53.



L. Cucu-Grosjean, L. Santinelli, M. Houston, C. Lo, T. Vardanega, L. Kosmidis, J. Abella, E. Mezzetti, E. Quiñones, and F. J. Cazorla, “Measurement-Based Probabilistic Timing Analysis for Multi-path Programs,” in Euromicro Conference on Real-Time Systems 2012 (ECRTS’12). IEEE, 2012, pp. 91–101.



L. Kosmidis, E. Quiñones, J. Abella, T. Vardanega, C. Hernandez, A. Gianarro, I. Broster, and F. J. Cazorla, “Fitting processor architectures for measurement-based probabilistic timing analysis,” Microprocessors and Microsystems (MICPRO), vol. 47B, pp. 287–302, 2016.



L. J. Stephens, Schaum’s Outline of Beginning Statistics, 2nd ed., ser. Schaum’s Outline. McGraw-Hill, 2009.

Referências V



L. F. Arcaro, K. P. Silva, and R. S. de Oliveira, “On the Reliability and Tightness of GP and Exponential Models for Probabilistic WCET Estimation,” ACM Transactions on Design Automation of Electronic Systems (TODAES), vol. 23, pp. 39:1–39:27, 2018.



S. J. Gil, I. Bate, G. Lima, L. Santinelli, A. Gogonel, and L. Cucu-Grosjean, “Open Challenges for Probabilistic Measurement-Based Worst-Case Execution Time,” IEEE Embedded Systems Letters (ESL), vol. PP, p. 4, 2017.